المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي

كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي
الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين
الجهة الشرقية
نيابة وجدة أنجاد
الثانوية التأهيلية عمر بن عبد العزيز***وجدة***

امتحان تجريبي في مادة الرياضيات
المستوى الثانية باكالوريا
الشعبة العلوم الرياضية
المعامل 9
مدة الانجاز 4 ساعات
السنة الدراسية 2010/2009

التمرين الأول: (5.5 نقطة) المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقطة A ذات اللحق $a=\frac{2}{\sqrt{3}}$

نربط كل نقطة M ذات اللحق $z=x+iy$; $(x,y)\in IR^2$ بالنقطة M' ذات اللحق $z'=\frac{\sqrt{3}}{2}+iy$

لتكن $E=\{M\in(P)/\ \sqrt{3}MA=2MM'\}$

0.5 1_ بين أن : $E=\{M(x,y)\ /\ (x,y)\in IR^2 \text{ و } x^2-3y^2=1\}$

2_ نضع : $f(x)=\sqrt{\frac{x^2-1}{3}}$

0.5 أ) حدد D_f و تحقق أن f دالة زوجية

0.5 ب) أدرس اشتقاق الدالة f في النقطة 1 على اليمين

0.5 ج) حدد المقارب لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$

0.75 د) بين أن $E=(C_f)\cup(C_{-f})$ ثم أنشئ المجموعة E

3_ لكل نقطتين $M(a+ib)$ و $M(c+id)$ حيث : $(a,b,c,d)\in IR^4$ نضع :

$$M(a+ib)\ \mathrm{T}\ M(c+id)=M(ac+3bd+i(ad+bc))$$

1 أ) بين أن القانون T تجميعي .

0.75 ب) بين أن E جزء مستقر في $((P),\mathrm{T})$

1 ج) بين أن (E,T) زمرة . هل هي تبادلية؟

التمرين الثاني :(4.5 نقطة) 1) نعتبر في $Z\times Z$ المعادلة : $(E)\quad 109x-226y=1$

0.5 1_أ) حدد القاسم المشترك الأكبر ل 109 و 226 واستنتج أن المعادلة (E) تقبل حلول في $Z\times Z$

0.5 ب)بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي مجموعة الأزواج $(141+226k,68+109k)$ حيث $k\in Z$

0.75 ج)استنتج أنه يوجد عدد طبيعي غير منعدم وحيد d أصغر من أو يساوي 226 و عدد طبيعي غير منعدم وحيد e بحيث:

$109d=1+226e$ (يجب تحديد قيم d و e)

0.5 2_ بين أن 227 عدد أولي .

3_ لتكن A مجموعة الأعداد الطبيعية الأصغر من 226 . (($A=\{0,1,2,\cdots,226\}$)

نعتبر التطبيقين f و g المعرفين من A نحو A ب:

لكل a من A نضع:

_ $f(a)$ هو باقي القسمة الاقليدية ل a^{109} على 227.

_ $g(a)$ هو باقي القسمة الاقليدية ل a^{141} على227.

0.5 أ) تحقق أن : $g(f(0))=0$

0.5 ب) بين أن : $\forall a\in A-\{0\}\quad a^{226}\equiv 1\ [227]$

0.75 ج) باستعمال السؤال 1_ج) بين أن : $f(g(a))=a$ و $\forall a\in A\quad g(f(a))=a$

0.5 د) ماذا نستنتج بالنسبة ل f و g.

التمرين الثالث : (3 نقط) لكل عدد طبيعي غير منعدم p نضع: $I_p = \int_1^e x^2 \left(\ln(x)\right)^p dx$

0.5 1_ أ) أحسب I_1

0.5 ب) بين أن : $\forall p \in IN^* \quad ; \quad I_{p+1} = \frac{e^3}{3} - \frac{p+1}{3} I_p$

0.5 ج) استنتج حساب I_2 و I_3

0.5 2_ أ) بين أن المتتالية $\left(I_p\right)_{p\geq 1}$ تناقصية

0.5 ب)بين أن المتتالية $\left(I_p\right)_{p\geq 1}$ متقاربة.

0.5 ج)بين أن $\lim_{p\to+\infty} I_p = 0$.

التمرين الرابع: (7 نقط)

الجزء الأول: لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ ب:

$g(x) = 1 + x^2 - 2x(1+x)\ln(1+x)$

0.5 1_ أحسب $\lim_{x\to-1^+} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

0.5 2_ أعط جدول تغيرات الدالة g .

0.5 3_ بين أنه يوجد عنصر وحيد α من المجال $]0,+\infty[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ و أن $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

0.5 4_ حدد إشارة $g(x)$; $x \in]-1,+\infty[$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ ب:

$f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}$

وليكن (C) منحنى الدالة f في المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. $\left\|\vec{i}\right\| = \left\|\vec{j}\right\| = 2cm$

0.5 1_ أحسب $\lim_{x\to-1^+} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2_ لتكن f' الدالة المشتقة للدالة f .

1 أ) بين أن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$. $x \in]-1,+\infty[$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f .

0.5 ب) بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$

1 3_ أنشئ المنحنى (C) $\left(\alpha \approx 0.7 \qquad f(\alpha) \approx 0.4\right)$

الجزء الثالث : 1) ليكن $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan(x))dx$

1 بوضع $t = \frac{\pi}{4} - x$ أحسب التكامل I .

2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين المحددين ب:

1 $x = 0$ و $x = 1$.

(يمكن وضع : $t = \arctan(x)$)